

**LBRIS**

We know  
books

Marius BURTEA

Georgeta BURTEA

# MATEMATICĂ

---

Culegere de probleme și subiecte  
pentru teză

---

Clasa a VI-a

Semestrul I

EDITURA  CARMINIS  
PITEȘTI

## CUPRINS

## • ALGEBRĂ •

<b>CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE. DIVIZIBILITATE</b> .....	3
1.1. Divizor. Multiplu .....	3
1.2. Criterii de divizibilitate cu 2, 3, 5 și 10 .....	7
1.3. Divizibilitate. Proprietăți .....	12
1.4. Numere prime. Numere compuse .....	17
1.5. Descompunerea numerelor naturale în factori primi .....	22
1.6. Divizori comuni. C.m.m.d.c. ....	24
1.7. Multipli comuni. C.m.m.m.c. ....	29
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	33
<b>CAPITOLUL II. OPERAȚII CU NUMERE RAȚIONALE</b> .....	36
2.1. Forme de scriere a unui număr rațional pozitiv .....	36
2.2. Aducerea fracțiilor la același numitor .....	41
2.3. Adunarea numerelor raționale pozitive .....	44
2.4. Scăderea numerelor raționale pozitive .....	48
2.5. Înmulțirea numerelor raționale pozitive .....	53
2.6. Împărțirea numerelor raționale pozitive .....	59
2.7. Ordinea efectuării operațiilor aritmetice .....	65
2.8. Probleme simple care conduc la operații cu numere raționale pozitive. Ecuații .....	69
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	73
<b>CAPITOLUL III. RAPOARTE. PROCENTE. PROPORȚII</b> .....	77
3.1. Raport .....	77
3.2. Proporții. Proprietatea fundamentală .....	84
3.3. Procente .....	91
3.4. Mărimi direct proporționale Mărimi invers proporționale .....	94
3.5. Regula de trei simplă .....	101
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	104

<b>CAPITOLUL I. FIGURI ȘI CORPURI GEOMETRICE</b> .....	<b>109</b>
1.1. Instrumente geometrice. Figuri geometrice .....	109
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	117
<b>CAPITOLUL II. DREAPTĂ</b> .....	<b>118</b>
2.1. Punct. Dreaptă. Plan .....	118
2.2. Poziții relative ale punctele și dreptelor Determinarea dreptei .....	121
2.3. Semidreaptă. Semiplan .....	125
2.4. Segment de dreaptă. Lungimea unui segment Segmente congruente .....	128
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	133
<b>CAPITOLUL III. UNGHIURI</b> .....	<b>136</b>
3.1. Noțiunea de unghi. Unghi nul. Unghi alungit .....	136
3.2. Măsurarea unghiurilor. Unghiuri congruente .....	139
3.3. Calcule cu măsuri de unghiuri .....	142
3.4. Unghi drept. Unghi ascuțit. Unghi obtuz .....	146
3.5. Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi .....	148
3.6. Unghiuri complementare. Unghiuri suplementare .....	152
3.7. Unghiuri opuse la vârf Unghiuri în jurul unui punct .....	155
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	159
<b>CAPITOLUL IV. CONGRUENȚA TRIUNghiURILOR</b> .....	<b>162</b>
4.1. Triunghi: definiție, elemente, clasificare .....	162
4.2. Perimetrul unui triunghi .....	165
4.3. Construcția unui triunghi .....	168
4.4. Congruența triunghiurilor .....	171
4.5. Criterii de congruență a triunghiurilor .....	174
4.6. Metoda triunghiurilor congruente .....	183
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	192
<b>CAPITOLUL V. PERPENDICULARITATE</b> .....	<b>194</b>
5.1. Drepte perpendiculare .....	194
5.2. Distanța de la un punct la o dreaptă .....	200
5.3. Congruența triunghiurilor dreptunghice .....	202
5.4. Mediatoarea unui segment. Proprietăți .....	206
5.5. Bisectoarea unui unghi. Proprietăți .....	210
<i>Teste de evaluare a cunoștințelor</i> .....	214
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....	<b>216</b>

## CAPITOLUL I

# NUMERE NATURALE. DIVIZIBILITATE

### 1.1. Divizor. Multiplu

#### Notiuni teoretice

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}, \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}.$$

• Numărul natural nenul  $b$  **divide** numărul natural  $a$  dacă există un număr natural  $c$  astfel încât  $a = b \cdot c$ . Se scrie  $b \mid a$  ( $b$  „divide“  $a$ ) sau  $a : b$  ( $a$  se divide cu  $b$ ).

Dacă  $b \mid a$ , atunci  $b$  se numește **divizor** al lui  $a$ , iar  $a$  se numește **multiplu** lui  $b$ .

Se notează  $\mathcal{D}_n$  **mulțimea divizorilor** numărului  $n$  și  $\mathcal{M}_n$  **mulțimea multiplilor** numărului  $n$ .

## EXERCIȚII ȘI PROBLEME

### EXERSARE

- E1. Determinați numărul de divizori ai numerelor:  
a) 4; b) 5; c) 10; d) 16; e) 25; f) 27.
- E2. Determinați  $\mathcal{D}_{24}, \mathcal{D}_{30}, \mathcal{D}_{64}, \mathcal{D}_{125}, \mathcal{D}_{200}, \mathcal{D}_{512}$ .
- E3. Care dintre numerele de o singură cifră are cei mai mulți divizori diferiți de zero? Dar cei mai puțini?
- E4. Scrieți divizorii proprii ai numerelor:  
a) 4; b) 12; c) 16; d) 18; e) 26; f) 50; g) 100.
- E5. Care dintre numerele de o singură cifră nu au divizori proprii?

□ E6. Determinați:

a)  $\mathcal{I}_2 \cap \mathcal{I}_4$ ;

b)  $\mathcal{I}_{16} \cap \mathcal{I}_{24}$ ;

c)  $\mathcal{I}_8 \cap \mathcal{I}_{20}$ .

□ E7. Scrieți:

a) multiplii numărului 12 care au numai două cifre;

b) multiplii numărului 7 de două cifre cu cifrele egale.

□ E8. Scrieți multiplii numărului 25:

a) dintre 51 și 99;

b) dintre 155 și 215;

c) dintre 1 001 și 1 226;

d) dintre 1 501 și 1 676.

□ E9. Determinați:

a) divizorii numărului 100 care sunt multipli ai numărului 5;

b) multiplii numărului 3 care sunt divizori ai numărului 60.

## APROFUNDARE

□ A1. Determinați mulțimile:

a)  $\mathcal{I}_{14} \cap \mathcal{I}_{24}$ ;

b)  $(\mathcal{I}_{16} \cap \mathcal{I}_{30}) \cup \mathcal{I}_8$ ;

c)  $\mathcal{I}_{15} \cap \mathcal{I}_{25} \cap \mathcal{I}_{35}$ ;

d)  $\mathcal{I}_{100} \cap \mathcal{M}_2$ .

□ A2. Determinați mulțimile:

a)  $\mathcal{I}_{100} \cap \mathcal{M}_{10}$ ;

b)  $\mathcal{M}_3 \cap (\mathcal{M}_6 \cap \mathcal{I}_{60})$ .

□ A3. Stabiliți dacă următoarele afirmații sunt adevărate:

a)  $\mathcal{I}_4 \subset \mathcal{I}_{20}$ ;

b)  $\mathcal{I}_{12} \subset \mathcal{I}_{48}$ ;

c)  $\mathcal{M}_4 \subset \mathcal{M}_8$ ;

d)  $\mathcal{M}_4 \subset \mathcal{M}_2$ .

□ A4. Determinați numerele naturale  $n$  cu proprietatea:

a)  $n+1 \in \mathcal{I}_8$ ;

b)  $2n-1 \in \mathcal{I}_{27}$ ;

c)  $3n+2 \in \mathcal{I}_{100}$ ;

d)  $5n+1 \in \mathcal{I}_{121}$ .

□ **A5.** Determinați numerele naturale  $n$  în cazurile:

- a)  $n+4 \mid 24$ ;                      b)  $3n-5 \mid 72$ ;  
 c)  $n \mid 48$  și  $n+2 \mid 168$ ;      d)  $n+3 \mid 60$  și  $2n+1 \mid 45$ .

□ **A6.** Determinați divizorii pătrate perfecte ai numerelor:  
 a) 24; b) 90; c) 160; d) 200; e) 512; f) 1000.

□ **A7.** Determinați valorile lui  $n \in \mathbb{N}$ , în cazurile:

- a)  $n-3$  este divizor propriu al lui 56;  
 b)  $3n-5$  este divizor impropriu al lui 103;  
 c)  $2n+15$  este divizor al numărului 150;  
 d)  $n^2 - 2n$  este divizor al numărului 24.

□ **A8.** Determinați numerele  $n \in \mathbb{N}$ , în cazurile:

- a)  $n^2$  divide 100;                      b)  $n^3$  divide 81;  
 c)  $2n^2$  divide 200;                      d)  $3n^3$  divide 81.

□ **A9.** Determinați mulțimile:

- a)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x+1 \in \mathcal{Q}_{24}\}$ ;  
 b)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x+3 \in \mathcal{Q}_{100}\}$ ;  
 c)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x(x+1) \in \mathcal{Q}_{12}\}$ .

□ **A10.** Determinați valorile numerelor naturale  $x, y$  în cazurile:

- a)  $x \cdot y = 6$ ;                      b)  $x(y-1) = 8$ ;  
 c)  $(2x-1)(y+1) = 11$ ;      d)  $(x+y) \cdot x = 9$ ;  
 e)  $(2x+1)(x+y) = 8$ ;      f)  $(x+2)(y^2-1) = 9$ .

□ **A11.** Aflați elementele mulțimilor:

- a)  $A = \{x \in \mathcal{Q}_{45} \mid x \in \mathcal{M}_5\}$ ;

b)  $A = \{x \in \mathcal{M}_{15} \mid x+5 \in \mathcal{Q}_{100}\};$

c)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x+1 \in \mathcal{Q}_{24} \text{ și } 2x+1 \in \mathcal{Q}_{27}\}.$

□ A12. Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $\mathcal{Q}_3 \cup \mathcal{Q}_n = \mathcal{Q}_9$ .

□ A13. Determinați  $n \in \mathbb{N}$  știind că mulțimea  $\mathcal{Q}_n \cup \mathcal{Q}_3$  are doar 3 elemente.

---

---

**DEZVOLTARE**

---

---

□ D1. Aflați numerele  $n \in \mathbb{N}$ , în cazurile:

a)  $2n-5 \in \mathcal{Q}_{75}$  și  $5n-2 \in \mathcal{M}_3;$

b) 425 se divide cu  $(3n+2)$  dar nu se divide cu  $6n-5$ .

□ D2. Determinați numerele  $x, y \in \mathbb{N}$  în cazurile:

a)  $xy + x = 6;$

b)  $2xy - y = 9;$

c)  $2x + xy = 12;$

d)  $3xy + 2x = 14.$

□ D3. Arătați că:

a)  $\mathcal{M}_2 \cap \mathcal{M}_3 = \mathcal{M}_6;$

b)  $\mathcal{M}_4 \cap \mathcal{M}_6 = \mathcal{M}_{12};$

c)  $\mathcal{M}_5 \cap \mathcal{M}_3 = \mathcal{M}_{15};$

d)  $\mathcal{M}_{16} \cap \mathcal{M}_{20} = \mathcal{M}_{80}.$

□ D4. Pentru care numere naturale  $x, y$  au loc egalitățile:

a)  $xy + x + y = 8;$

b)  $2xy + 2x + y = 19;$

c)  $3x + y + xy = 13;$

d)  $2xy - x + 3y = 12?$

## 1.2. Criterii de divizibilitate cu 2, 3, 5 și 10

### Notiuni teoretice

1. Un număr este divizibil cu 2 dacă ultima cifră este un număr divizibil cu 2 (este număr par).
2. Un număr este divizibil cu 5 dacă ultima cifră este 0 sau 5.
3. Un număr este divizibil cu 10 dacă ultima cifră este 0.
4. Un număr este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor componente este număr divizibil cu 3.

### Exemple

- a)  $124 : 2$ ;
- b)  $545 : 5$ ,  $1020 : 5$ ;
- c)  $210 : 10$ ,  $4570 : 10$ ,  $11200 : 10$ ;
- d)  $126 : 3$ , deoarece  $1+2+6=9 : 3$ .

## EXERCIȚII ȘI PROBLEME

### EXERSARE

- E1. Se dau numerele 10, 15, 25, 20, 120, 17, 37, 28, 40, 80, 60, 160, 105, 200. Scrieți:
- a) numerele divizibile cu 10;
  - b) numerele pare;
  - c) numerele divizibile cu 5.
- E2. Scrieți:
- a) primele 10 numere naturale divizibile cu 10;
  - b) primele 11 numere naturale divizibile cu 2;
  - c) primele 5 numere naturale de două cifre divizibile cu 5.
- E3. Aflați câte numere naturale sunt între 7 și 47:
- a) divizibile cu 10;
  - b) divizibile cu 5;
  - c) divizibile cu 2.